Coupled Map Lattice による圧縮性流体のモデル

茨城大 理 横井研介

1 はじめに

宇宙には様々なパターンが存在する。それを簡略化したモデルを用いて調べることが本研究の最終的な目的である。しかし今回はその前段階として圧縮性流体のモデルを構築し、それを shock tube 問題 (解析解のある 1 次元の圧縮性流体の問題) に適用した。

2 モデル

モデルを作るにあたっては、Coupled Map Lattice(CML) [1] を用いる。CML によるモデル化には多くの成功例 (スピノーダル分解 [2], 沸騰 [3], 風紋 [4], 対流 [5], 雲 [6],etc) がある。今回のモデルは 1 次元で, 時間 n での場の変数はρ_i^n(密度), P_i^n(圧力),v_i^n(速度) である。具体的な手続は、Eulerian process(移流以外) と Lagrangian process(移流) に分けられる [7][8]。

1. Eulerian process:

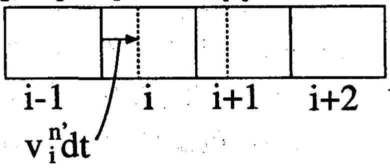
$$\rho_i^{n'} = \rho_i^n$$

$$v_i^{n'} = v_i^n - \frac{1}{2\rho_i^n}(P_{i+1}^n - P_{i-1}^n)\Delta t$$

$$P_i^{n'} = P_i^n - (\gamma - 1)\frac{P_i^n}{2}(v_{i+1}^n - v_{i-1}^n)\Delta t$$

γ は比熱比

2. Lagrangian process: [5]

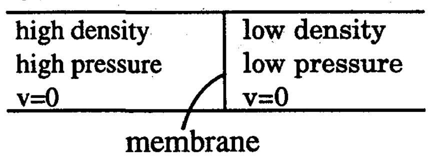


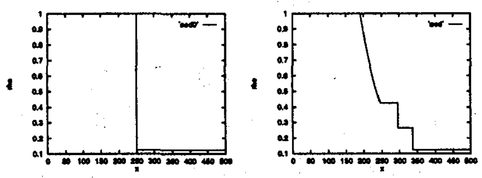
$v_i^{n'}\Delta t$ を使って図のように格子を動かす。そして動いた格子 i の場の変数は、以下のように分配される。格子 $i + \Delta i$ に対しては $A_i^{n'}|v_i^{n'}|\Delta t$ が、格子 i に対しては $A_i^{n'}(1 - |v_i^{n'}|\Delta t)$ が分配される (site の間隔を 1 とする)。ここでΔi は $v_i^{n'}\Delta t > 0$ の時 1、$v_i^{n'}\Delta t < 0$ の時 -1 である。$A_i^{n'}$ は$\rho_i^{n'}, \rho_i^{n'}v_i^{n'}, \frac{1}{2}\rho_i^{n'}v_i^{n'2} + \frac{P_i^{n'}}{(\gamma-1)}$ である。この結果決まった場の変数を $\rho_i^{n+\Delta t}, v_i^{n+\Delta t}, P_i^{n+\Delta t}$ とする。

これで 1step である。ここで用いたΔt は、各 step ごとに、最大の $|v_i^{n'}|\Delta t$ が 1 を越えないように決めた。これらの手続きを繰り返すことによって時間発展を調べる。

3 shock tube 問題

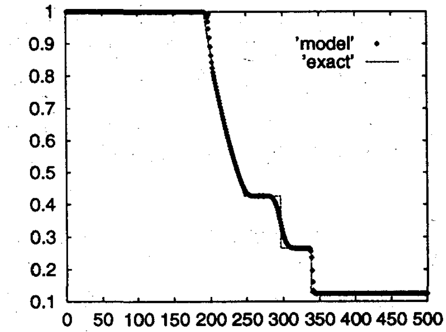
このモデルが圧縮性流体を扱えているかどうかの判定には shock tube 問題 [9] を使う。この問題には解析解が存在する。簡単に説明すると、一定断面積の長い管の真中を下図のように膜で仕切る。そして左側に高密度、高圧のガスを入れ、右側に低密度、低圧のガスを入れ、膜を外すと



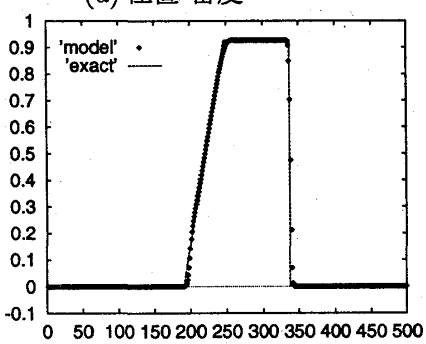


密度分布が $t = 0$ の時、左図 (膜の左側$\rho = 1.0$, 右側$\rho = 0.125$) であったのが、$t > 0$ では右図のようになる。これは保存の式と運動方程式から導くことができる。詳しくは [9]。

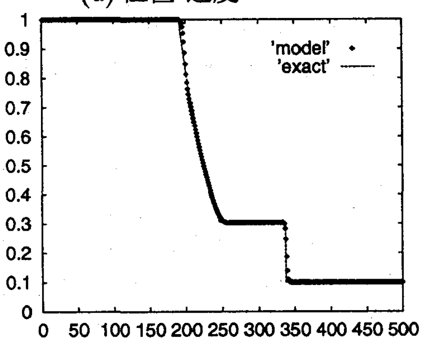
4　結果



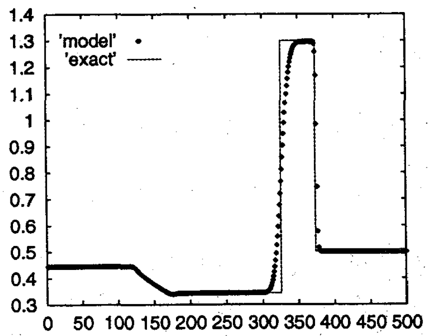
(a) 位置-密度



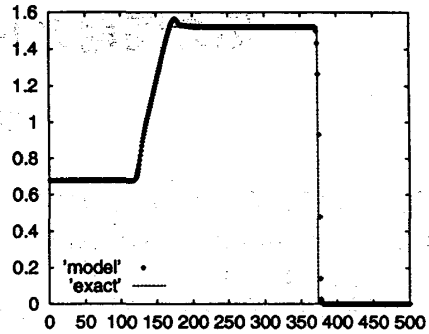
(a) 位置-速度



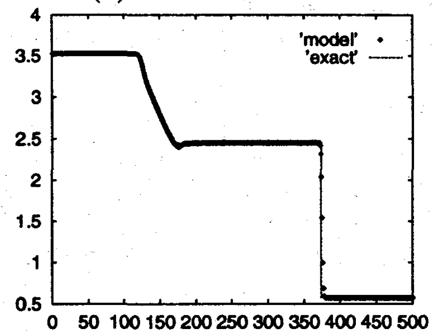
(a) 位置-圧力



(b) 位置-密度



(b) 位置-速度



(b) 位置-圧力

点線が解析解、点 (◇) がモデルである。(*a*) と (*b*) は初期条件が異なる。

図はこのモデルを shock tube 問題に適用した結果である。このモデルは圧縮性流体が関連したパターン形成の問題に威力を発揮すると思われる。

参考文献

[1] K.Kaneko,Prog.Theor.Phys.72(1984)480; 74(1985)1033;PhysicaD34(1989)1;36(1989)60.
[2] Y.Oono,S,Puri,Phys.Rev.Lett.58(1987)836.
[3] T.Yanagita,Phys.Lett.A.165(1992)405.
[4] H.Nishimori,N.Ouchi, Phys.Rev.Lett.71(1993)197.
[5] T.Yanagita,K.Kaneko, Phys.Lett.A.175(1993)415; PhysicaD82(1995)288.
[6] T.Yanagita,K.Kaneko, chao-dyn/9609011(1996).
[7] T.Yabe,E.Takei,J.Phy.Soc.Jpn.57(1988)2598
[8] A.Shinozaki,Y.Oono,Forma4(1989)15.
[9] ランダウ＝リフシッツ、流体力学 2、8 章 9 章; 森岡茂樹、気体力学、4 章